

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников

10.11 2023 г.

МАТЕМАТИКА

Сведения об участнике:

Фамилия Мельник

Имя Владислав

Отчество Артурович

Класс обучения 10

Образовательная организация МОБУ СОШ №34 ЛГО

Подпись участника Внес

ШИФР Участника: М-101

*Шифр заполняет координатор ВСОШ

Муниципальное общеобразовательное

бюджетное учреждение

"Средняя общеобразовательная

школа № 29

Лесозаводского городского округа

ул. Дзержинский, 692040

Приморский край, 692040

телефон/факс: 8(423) 252-10-00

E-mail: lesozavod29@mail.ru

Министерство образования Приморского края

Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального

образования «Приморский краевой институт развития образования»

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников

№ _____ по математике 2023 – 2024 учебный год

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов (отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

Задача 1	Лист 1 /	Класс	10	Шифр	M101 –
----------	----------	-------	----	------	--------

$$n \in \mathbb{N}, n = \overline{xy}$$

Если $1 + \dots + n = \dots 5$, а $1 + \dots + |n+1| = \dots 5$, то число, идущее после n заканчивается цифрой 0, а значит, что n заканчивается на $(10-1)=9$ $n = \overline{x9}$

Все возможные варианты числа n : 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89, 99. Складываем все единицы, но есть числа от 1 до 9: $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$. Так как нужно найти наименьшее число n , то начинаем с 19. Сумма чисел от 1 до 9 уже есть. Складываем числа от 10 до 19 – всего 10 чисел. Получаем 45 (складывая все единицы) + $10 \cdot 10$ (складывая все десятки) = 145. Теперь складываем суммы чисел от 1 до 9 и от 10 до 19. $45 + 145 = 190$ – число, не заканчивающееся на 5. Вариант "19" не подходит.

Проверим 29. Сумма чисел от 1 до 19 уже есть, поэтому складываем числа от 20 до 29. Складывая единицы мы также получили 45, а складывая десятки $(20-10) = 200$. $200 + 45 = 245$. Прибавим к сумме чисел от 20 до 29 сумму чисел от 1 до 19, чтобы получить сумму от 1 до 29: $245 + 190 = 435$ – число, заканчивающееся на 5. $\Rightarrow n = 29$ – наименьшее значение

Ответ: 29

29

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов _____ отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

Задача 2	Лист <u>1</u> /	Класс	10	Шифр	M.10.1 _
----------	-----------------	-------	----	------	----------

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \quad x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$$

$$x \leq y$$

Найдем, чему равно $\frac{1}{15}$. $\frac{1}{15} = \frac{2}{30} = \frac{3}{45} = \frac{4}{60} = \frac{5}{75} = \frac{6}{90} = \frac{7}{105} \dots$

$x > 15$, $y > 15$, иначе равенство не будет возможным.

Так как $\frac{1}{15} = \frac{2}{30}$, а $\frac{2}{30} = \frac{1}{30} + \frac{1}{30}$, $\Rightarrow x = 30, y = 30$ (30;30).

Далее берем одинаковые знаменатели, но разные числители, чтобы потом сократить числителем до 1. Важно помнить, что знаменатель получится натуральным числом, только если оно целое поделится на числитель.

$$\frac{3}{45} = \frac{1}{45} + \frac{2}{45} = \frac{1}{45} + \frac{1}{22,5} - \text{не натур. число}$$

$$\frac{4}{60} = \frac{3}{60} + \frac{1}{60} = \frac{1}{20} + \frac{1}{60} - \text{подходит} \Rightarrow x = 20, y = 60 \text{ (20;60)}$$

$$\frac{5}{75} = \frac{1}{75} + \frac{4}{75} - \text{не делится нацело}$$

$$\frac{6}{90} = \frac{5}{90} + \frac{1}{90} = \frac{1}{18} + \frac{1}{90} \Rightarrow x = 18, y = 90 \text{ (18;90)}$$

$$\frac{7}{105} = \frac{1}{105} + \frac{6}{105} - \text{не делится}$$

$$\frac{10}{165} - \text{не делится}$$

$$\frac{7}{120} - \text{не делится}$$

$$\frac{11}{180} - \text{не делится}$$

$$\frac{8}{135} - \text{не делится}$$

$$\frac{12}{195} - \text{не делится}$$

$$\frac{9}{150} - \text{не делится}$$

$$\frac{13}{210} - \text{не делится}$$

$$\frac{14}{225} - \text{не делится}, \frac{15}{240} - \text{делится} \quad \frac{1}{15} = \frac{16}{240} = \frac{15}{240} + \frac{1}{240} = \frac{1}{16} + \frac{1}{240} \Rightarrow$$

$x = 16, y = 240$ (16;240). Больше ответов нет, так как $x > 15$ и $x \in \mathbb{N}$, а если искать ответы, где $x < 16$, то $x \notin \mathbb{N}$ или $x < 15$ тогда ответ не подходит.

Ответ: (30;30), (20;60), (18;90), (16;240). ✓

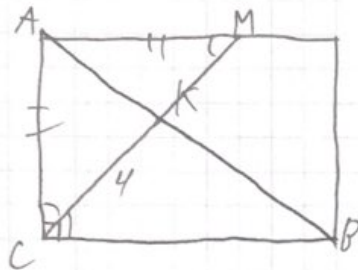
45

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов

отдельно для каждой задачи
 «шифр» участниками не заполняются

Задача 3	Лист 1 /	Класс	10	Шифр	M-10.1 -
----------	----------	-------	----	------	----------



Дано: $S_{(ABC)} = 18$ $CM = 4$

Найти: P_{ABC}

Решение: построим прямоугольник
 ABCD, проведем CK. $\angle ACK = \angle KCB$

$\angle AMC = \angle KCB$ - накрест лежащие $\Rightarrow \angle ACM = \angle MA \Rightarrow$

$AC = AM$, пусть $\angle ACM = 45^\circ$ $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos \angle ACM = \frac{AC}{CM}$

$CM = 4 + (x - 4)$ $\cos \angle ACM = \frac{AC}{4 + (x - 4)} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $2AC = 4\sqrt{2} + \sqrt{2}x - 4\sqrt{2}$

$\frac{4}{AB} \cdot \frac{4AB}{2} = \frac{BC \cdot CA}{2} = 18 \Rightarrow AB = 9$

06

Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе

Укажите номер листа и общее число листов _____ отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

Задача 4	Лист <u>1</u> /	Класс	10	Шифр	M101-
----------	-----------------	-------	----	------	-------

$$|число| \leq 1.$$

Поскольку нужно найти наибольшее значение, то возьмем числа 1 и -1. $-1+1=0$. Ими и будем заполнять таблицу.

Возьмем таблицу 3×3 :

1	-1	1
-1	1	-1
1	-1	1

Сумма чисел в любом квадрате 2×2 будет равна 0

Общая же сумма чисел в таблице будет равна $5-4=1$

Возьмем таблицу 4×4

1	-1	1	-1
-1	1	-1	1
1	-1	1	-1
-1	1	-1	1

Общая сумма равна 0

Возьмем таблицу 5×5

1	-1	1	-1	1
-1	1	-1	1	-1
1	-1	1	-1	1
-1	1	-1	1	-1
1	-1	1	-1	1

Общая сумма равна

$$13-12=1 \Rightarrow 1$$

таблицы с нечетным

количеством клеток ^{наибольшая} сумма всех чисел будет равна 1,

в таблицах с четным количеством — 0

$$2023 \times 2023 = \dots \dots \dots 9 - \text{нечетное количество} \Rightarrow$$

наибольшее значение суммы всех чисел в этой таблице = 1

Ответ: 1

48.

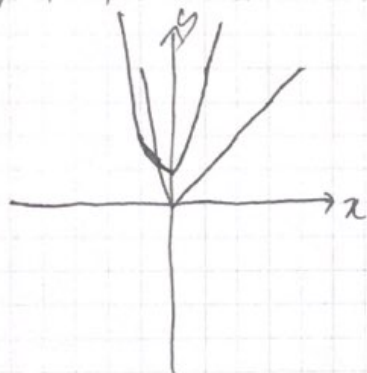
Укажите номер задачи, решение которой записано на этом листе _____

Укажите номер листа и общее число листов _____ отдельно для каждой задачи

«шифр» участниками не заполняются

Задача 5	Лист 1 /	Класс	10	Шифр	M.101 _
----------	----------	-------	----	------	---------

$$y = p^2 + (2p - 1)x + 2x^2 \quad p \in \mathbb{R}$$



$$p=1 \quad y = 2x^2 + x + 1$$

$$x=1 \quad x=-1 \quad x=0 \quad x=2 \quad x=-2$$

$$y=4 \quad y=2 \quad y=1 \quad y=11 \quad y=7$$

$$p=0 \quad y = 2x^2 - x$$

$$x=1 \quad x=2 \quad x=-1 \quad x=0$$

$$y=1 \quad y=2 \quad y=3 \quad y=0$$

ГМТ плоскости (xOy) , через которые проходят хотя бы 1 график указанного семейства, является параболой

26